



Problème inverse pour le traitement laser des métaux à transformations de phases

M. Maniana ^{a,*}, A. Azim ^a, H. Rhanim ^a, P. Archambault ^b

^a *Laboratoire de Mécanique et Energétique, Université Chouaib Doukkali, Faculté des sciences, Département de physique, BP 20, El Jadida, Maroc*

^b *LSG2M Laboratoire des Sciences et Génie des Matériaux Métalliques, Ecole des Mines, Nancy, France*

Reçu le 18 janvier 2007 ; reçu en forme révisée le 24 mai 2008 ; accepté le 25 mai 2008

Disponible sur Internet le 27 juin 2008

Résumé

Dans ce travail, nous présentons une méthode de résolution du problème inverse bidimensionnel de transfert thermique, dans le cas du traitement thermique des matériaux à transformation de phases. Cette méthode utilise un schéma de discrétisation par la méthode des éléments finis et l'algorithme du gradient conjugué. Une validation expérimentale est effectuée sur un traitement par rayons laser sur des échantillons cylindriques en acier XC42.

© 2008 Publié par Elsevier Masson SAS.

Mots-clés : Problème inverse ; Transfert thermique ; Transformations de phases ; Éléments finis ; Algorithme du gradient conjugué

Table des matières

0. Introduction	795
1. Position du problème	796
2. Problème direct	797
3. Résolution du problème inverse	798
4. Validation numérique	799
5. Validation expérimentale	801
6. Conclusion	803
Références	803

0. Introduction

Le progrès de la recherche scientifique dans le domaine du traitement thermique des matériaux métalliques est confronté à un problème métrologique qui est celui de la mesure de la densité d'énergie appliquée à la surface de l'échantillon traité lors du chauffage.

Pour résoudre ce genre de problème nous utilisons des mesures de température effectuées à l'intérieur de la pièce traitée.

D'un point de vue mathématique, ce problème s'identifie à un problème « mal-posé » qui implique la nécessité de la régularisation lors de la résolution numérique inverse de l'équation de la chaleur couplée avec le changement de la structure métallurgique du matériau. Ce qui rend ce problème original c'est la prise en compte du terme source, dans l'équation de la chaleur (2.1), calculé à partir de la température et des bilans de phases solides (constituants) qui apparaissent lors du changement de structure pendant le chauffage et le refroidissent. La régularisation de ce problème inverse est faite par la l'utilisation de la méthode itérative du gradient conjugué.

* Auteur correspondant.

Adresse e-mail : mohamedmaniana@hotmail.com (M. Maniana).

Nomenclature

c_p	chaleur massique	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	u_s	température au point considéré	K
d	direction de descente		Y_k	% en volume du constituant k	
Dd	diamètre de défocalisation	mm	Y_m	température mesurée	K
Df	distance focale	mm	z	coordonnée spatiale suivant la hauteur	
E	erreur (écart de température mesurée et calculée) au point de mesure	K	Z	fonction recherchée (densité du flux à la surface traitée)	W m^{-2}
h_c	coefficient de transfert de chaleur par convection	$\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$	$\alpha(u)$	facteur d'absorption (<1)	
h_r	coefficient de perte par rayonnement	$\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$	δu	fonction de sensibilité	
k	conductivité thermique	$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$	ΔH	enthalpie de transformation	J m^{-3}
m	indice de la position du thermocouple		ε	émissivité de la surface ($\varepsilon = 0.9$ à haute température)	
N_c	nombre de thermocouples		γ	profondeur de descente	
q	source d'énergie	W m^{-3}	Γ	surface traitée	
r	coordonnée spatiale suivant le rayon		$\varphi(r)$	densité du flux laser incident	W m^{-2}
R	rayon de l'éprouvette		$\varphi_p(u)$	densité du flux de perte thermique	W m^{-2}
t	temps	s	$\varphi_s(r, t)$	densité du flux total	W m^{-2}
t_f	temps final	s	ρ	masse volumique	kg m^{-3}
u	température calculée	K	σ	constante de Stefan	$\text{W m}^{-2} \text{K}^{-4}$
u_∞	température de l'environnement	K	ψ	fonction adjointe	

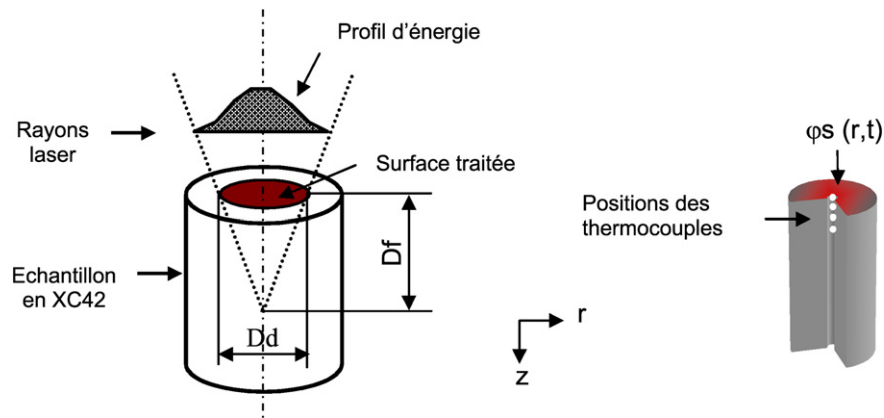


Fig. 1. Problème physique.

Le principe de résolution consiste à déterminer la densité qui fait confondre la température calculée avec une ou plusieurs mesures prises à l'intérieur ou sur les frontières du corps étudié. Mathématiquement cela revient à résoudre un problème dit « inverse » [1–15]. L'ensemble de ces travaux dans ce domaine montre l'intérêt pratique de l'utilisation des techniques inverses dans la résolution des problèmes thermiques.

1. Position du problème

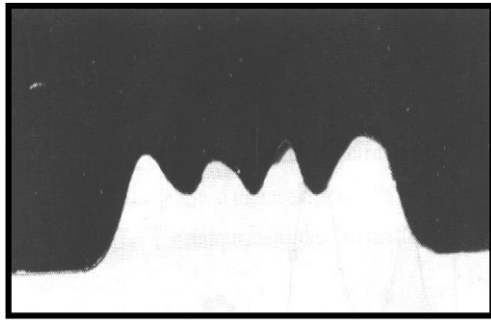
Dans le domaine du traitement thermique superficiel des aciers, le chauffage par faisceau laser CO_2 est une technique en plein développement. Dans ce procédé l'énergie générée par le laser est absorbée dans une zone superficielle et le refroidissement est assuré par conduction dans le reste du volume du métal non affecté thermiquement. D'un point de vue métallurgique, l'obtention d'une austénitisation superficielle est alors réalisée en ajustant la puissance du laser (le cycle thermique)

et l'apparition d'une microstructure martensitique à la fin du traitement est obtenue sans l'utilisation d'un fluide de refroidissement. Ici le refroidissement est imposé par la conduction, du volume de métal non affecté par la chaleur, et par rayonnement et convection à la surface de l'échantillon.

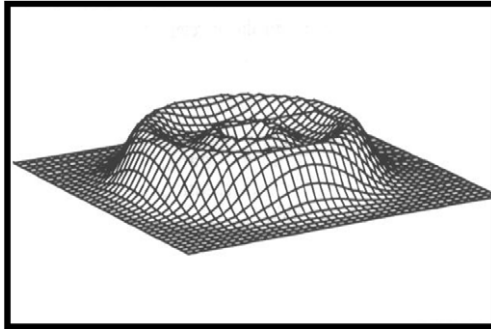
Ce problème consiste à estimer la répartition de l'énergie dans le faisceau laser appliqué sur une partie de la surface d'un échantillon métallique de forme cylindrique au cours de son traitement thermique Fig. 1.

Traditionnellement, les techniques utilisées pour obtenir la répartition spatiale de cette densité d'énergie consistent à effectuer une série de tir laser sur une plaque épaisse de plexiglas. Ces tirs laser donnent lieu à des empreintes (Fig. 2(a)) dont la forme est une reproduction de la distribution spatiale de l'énergie. A partir de cette empreinte la répartition spatiale de l'énergie (Fig. 2(b)) est calculée par intégration mathématique.

Nous avons modélisé mathématiquement ce problème par un « problème inverse » qui consiste à estimer l'évolution de



(a) Section d'une empreinte sur plexiglas.



(b) Distribution d'énergie, obtenue par intégration mathématique.

Fig. 2. Distribution de l'énergie thermique sur la surface traitée.

la température et de la densité du flux de chaleur à la surface traitée à partir de la mesure de température en quelques points pris sur l'axe de l'échantillon Fig. 1.

Dans cette modélisation nous avons tenu compte des hypothèses suivantes :

1. Cylindre de hauteur h et de rayon R soumis à un flux de chaleur sur une portion de sa surface extérieure.
2. Problème axisymétrique (ne dépendant pas de l'angle polaire).
3. La densité de flux de chaleur est fonction du temps et de l'espace.

D'après la deuxième hypothèse, le domaine d'étude se réduit à un rectangle de longueur h et de largeur R . Ce domaine représente la moitié de la section longitudinale de l'échantillon traité Fig. 3.

2. Problème direct

Ce problème consiste à calculer l'évolution de la température au sein de l'échantillon à chaque instant du traitement thermique connaissant le flux de chaleur appliqué à la surface de cet échantillon.

Les équations du problème direct en deux dimensions sont obtenues par l'établissement de l'équation de la chaleur en tenant compte de la source thermique liée aux transformations de phases, à l'état solide.

$$\rho c \frac{\partial u(r, z, t)}{\partial t} + \text{div}(-k(u) \nabla u) = q(u, y_k) \quad \text{dans } \Omega \quad (2.1)$$

Conditions aux limites :

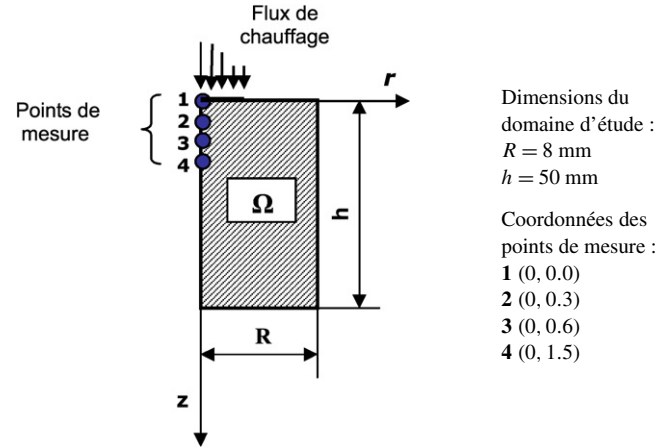


Fig. 3. Géométrie du problème inverse.

$$-k(u) \frac{\partial u(r, z, t)}{\partial n} = \varphi_s(r, t) \quad \text{sur la frontière } \Gamma \quad (2.2)$$

Condition initiale :

$$u(r, z, 0) = u_0(r, z) \quad \text{à l'instant } t = 0 \quad (2.3)$$

Le second membre de l'équation (2.1) représente la source thermique liée aux transformations de phases produites par l'évolution de la température :

$$q = \sum_k \Delta H \frac{\partial y_k}{\partial t} \quad (2.4)$$

ΔH : enthalpie volumique de transformation (J/m^3), y_k : % en volume du constituant k formé lors de cette transformation. Le calcul de ces pourcentages est effectué en utilisant les lois suivantes :

Transformation au chauffage : (perlite et ferrite en austénite)

Loi de Jonson–Mehl–Avrami : $y_k = y_{\max k} [1 - \exp(-b_k * t^{n_k})]$

$k = 1$: perlite, $k = 2$: ferrite, $k = 3$: austénite, $y_{\max k}$: fraction maximale qui peut se transformer. n_k et b_k : paramètres dépendants de la température u .

$$n_k(u) = \frac{\log[1 - y_1] / \log[1 - y_2]}{\log(t_1 / t_2)} ; \quad b_k(u) = \frac{\log(1 - y_1)}{t_1^{n_k}}$$

t_k : temps qui correspond au palier de transformation du constituant k .

Transformation au refroidissement : (austénite en marten-sité)

Loi de Koistinen et Marburger :

$$y_k = y_k [1 - \exp(-A_m (M_{sk} - n))]]$$

A_m : coefficient de Koistinen, M_{sk} : température de début de transformation martensitique, u : température courante.

$\varphi_s(r, t)$ est le flux de chaleur appliqué à la surface. Ce flux s'écrit sous la forme suivante :

$$\varphi_s(r, t) = \alpha(u) \varphi(r) + \varphi_p(u) \quad (2.5)$$

où $\varphi(r)$ est la densité de flux de chaleur laser incidente, $\alpha(u)$ le facteur d'absorption, $\varphi_p(u)$ la densité de flux de chaleur de perte thermique et $\alpha(u) \varphi(r)$ représente la densité de flux de chaleur laser réellement absorbée par la surface avec $\alpha(u) \leq 1$.

- Les pertes thermiques par convection naturelle sur les différentes faces du barreau sont prises en compte par un coefficient de transfert de chaleur h_c .
- Les pertes par rayonnement, qui augmentent rapidement avec la température, sont décrites par une loi linéarisée.

$$h_r = \sigma \varepsilon (u_\infty^2 + u_s^2)(u_\infty + u_s) \quad (2.6)$$

La densité du flux totale de perte est :

$$\varphi_p(u) = (h_c + h_r)(u_s - u_\infty) \quad (2.7)$$

La résolution de ce problème direct est faite suivant un schéma de discrétisation par la méthode des éléments finis.

3. Résolution du problème inverse

Le principe de résolution de ce problème inverse consiste à estimer la densité du flux de chaleur $Z(r, t)$, appliquée à la surface traitée de l'échantillon, qui fait confondre les températures $u(t)$, calculées par une méthode directe, avec les températures $Y_m(t)$, mesurées expérimentalement.

Pour remédier à des problèmes de stabilité et d'unicité de la solution nous avons formulé ce problème sous forme d'optimisation d'une fonctionnelle $J(Z)$ définie par l'équation suivante :

$$J(Z) = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \sum_{m=1}^{N_c} [u(r_m, z_m, t, Z) - Y_m(t)]^2 dt \quad (3.1)$$

Où N_c est le nombre de thermocouples, m l'indice du point de mesure et Y_m la température mesurée en ce point.

Dans la résolution de ce problème inverse, nous avons utilisé la méthode du gradient conjugué pour obtenir une quasi-solution stable.

Le principe de cette méthode consiste à calculer le nouvel itéré Z^{n+1} par l'application de la relation suivante : $Z^{n+1} = Z^n - \gamma^n d^n$, où γ^n est la profondeur de descente et d^n est la direction de descente.

Ceci nous a conduit à résoudre trois problèmes successifs : (i) problème direct, (ii) problème adjoint, (iii) problème de sensibilité.

(i) Problème direct

Il est défini mathématiquement au paragraphe précédent. Ce problème est résolu en utilisant le flux estimé par le problème inverse à chaque itération (n) et nous permet de calculer l'erreur de température définie par l'écart entre la température calculée et celle relevée expérimentalement à chaque instant et en chaque point de mesure.

$$E(r, z, t, Z) = \sum_{m=1}^{N_c} (u(r_m, z_m, t, Z) - Y_m(t)) \quad (3.2)$$

(ii) Problème adjoint

Ce problème consiste à rechercher une fonction adjointe $\psi(r, z, t)$ qui conduit à la détermination de l'expression du gradient de la fonctionnelle à minimiser $J(Z)$. Ceci représente une étape principale et nécessaire à l'algorithme de résolution.

Les équations du problème adjoint sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \rho C_p(u) \frac{\partial \psi(r, z, t)}{\partial t} + k(u) \Delta \psi(r, z, t) \\ = E(r_m, z_m, t, Z) - \frac{\partial q}{\partial u} \psi(r, z, t) \end{aligned} \quad (3.3)$$

Conditions aux limites :

$$k(u) \frac{\partial \psi(r, z, t)}{\partial n} = 0 \quad \text{sur la frontière } \Gamma \quad (3.4)$$

$$\psi(r, z, t_f) = 0 \quad \text{à l'instant final } t = t_f \quad (3.5)$$

• Expression du gradient :

Lorsque ψ est solution des équations (3.3)–(3.5), et u solution du problème direct (équations (2.1)–(2.3)), on peut démontrer facilement que :

$$J'(Z) = \psi(r, z, t) \quad (3.6)$$

(iii) Problème de sensibilité

Ce problème permet d'évaluer la sensibilité du champ de température δu à la variation δZ de la densité du flux de chaleur (fonction inconnue).

Les équations de sensibilité sont définies comme suit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho C_p(u) \delta u(r, z, t))}{\partial t} - \Delta(k(u) \delta u(r, z, t)) \\ = \frac{\partial q(r, z, t)}{\partial u} \delta u(r, z, t) \quad \text{dans } \Omega \end{aligned} \quad (3.7)$$

Conditions aux limites :

$$\frac{\partial(k(u) \delta u(r, z, t))}{\partial n} = \delta \varphi(r, z, t) \quad \text{sur la frontière } \Gamma \quad (3.8)$$

Condition initiale :

$$\delta u(r, z, 0) = 0 \quad \text{à l'instant } t = 0 \quad (3.9)$$

L'inconnue des équations de sensibilité est δu . $\rho C_p(u)$ et $k(u)$ sont des paramètres qui dépendent de la solution du problème direct u et non pas de δu , par conséquent les équations de sensibilité (3.7)–(3.9) sont des équations linéaires et couplées aux équations du problème direct (2.1)–(2.2).

• Expression de la profondeur de descente

Dans la mise en œuvre de l'algorithme du gradient conjugué, il est nécessaire de déterminer γ qui minimise la fonction $g(\gamma) = J(Z - \gamma d)$.

D'après l'équation (2.1) on a :

$$J(Z - \gamma d) = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \sum_{m=1}^{N_c} [u(r_m, z_m, t, Z - \gamma d) - Y_m(t)]^2 dt \quad (3.10)$$

En choisissant $d = \delta Z$, la minimisation monodimensionnelle de $J(Z - \gamma d)$ entraîne :

$$\frac{dJ(Z - \gamma d)}{d\gamma} = 0$$

L'expression analytique de la profondeur de descente est :

$$\gamma = \frac{\int_0^{t_f} \sum_{m=1}^{N_c} (u(r_m, z_m, t, Z) - Y_m(t)) \delta u(r_m, z_m, t, Z) dt}{\int_0^{t_f} \sum_{m=1}^{N_c} (\delta u(r_m, z_m, t, Z))^2 dt} \quad (3.11)$$

Algorithme. L'optimisation de la fonctionnelle $J(Z)$ équation (3.1) par la méthode du gradient conjugué est faite suivant cet algorithme :

- (1) Choisir une valeur initiale $Z^0(z, t)$ par exemple $Z^0(r, t) = Z_{\text{estimée}}(r, t)$
Mettre $n = 0$
- (2) Résoudre le problème direct en imposant à la surface la densité de flux $Z^0(r, t)$
 - Déduire $u(r_m, z_m, t, Z^n(r, t))$
 - Calculer le critère $J(Z^n(r, t))$,

$$J(Z^n) = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \sum_{m=1}^{N_c} [u(r_m, z_m, t, Z^n) - Y_m(t)]^2 dt$$

- Calculer la fonction Erreur $E(r, z, t, Z^n)$,

$$E(r_m, z_m, t, Z) = \sum_{m=1}^{N_c} (u(r_m, z_m, t, Z) - Y_m(t))$$

- (3) Résoudre le problème adjoint.
 - déduire le gradient $J'(Z^n) = \psi(r, z, t)$.
 - Définir β :
 - Si $n = 0$, $\beta^n = 0$

$$\text{Sinon } \beta^n = \frac{\|J'(Z^n)\|^2}{\|J'(Z^{n-1})\|^2}$$

- Calculer la direction de descente $d^n = J'(Z^n) + \beta^n d^{n-1}$
 - Mettre $\delta Z^n = d^n$
 - Résoudre le problème de sensibilité
- (4) Déterminer la fonction de sensibilité $\delta u(r_m, z_m, t, Z^n)$, $m = 1, \dots, N_c$
 - Calculer la profondeur de descente γ^n

$$\gamma^n = \frac{\int_0^{t_f} \sum_{m=1}^{N_c} (u(r_m, z_m, t, Z) - Y_m(t)) \delta u(r_m, z_m, t, Z^n) dt}{\int_0^{t_f} \sum_{m=1}^{N_c} (\delta u(r_m, z_m, t, Z^n))^2 dt}$$

- (5) Si $J(Z^n) < J_s$ fin

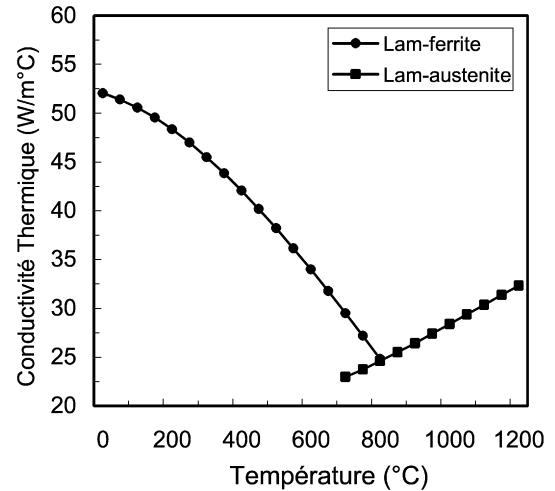
Sinon itérer : $Z^{n+1}(r, t) = Z^n(r, t) - \gamma^n d^n$

$Z^n(r, t) \leftarrow Z^{n+1}(r, t)$ et aller à (2)

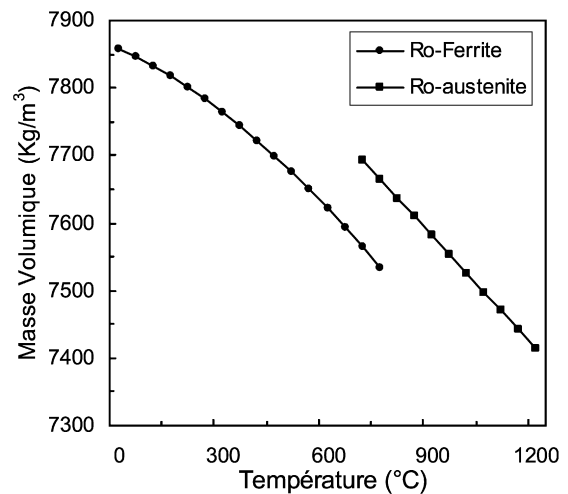
4. Validation numérique

Pour valider numériquement ce modèle thermique nous avons choisi un cas de traitement fictif plus simple où la densité d'énergie, représentée par la Fig. 4(a), dans le faisceau laser est constante et uniforme. Cette densité a été appliquée au modèle direct pour calculer les températures aux différents points qui simulent les mesures de température dans le modèle inverse.

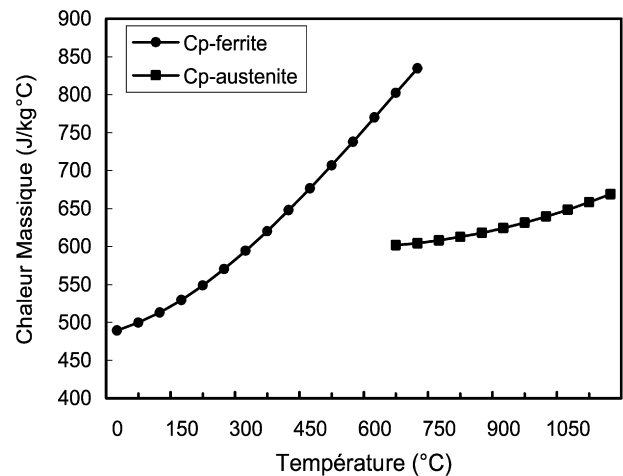
Dans une première approche, nous avons considéré le cas idéal où les mesures de températures sont exactes, l'écart type



(a) Conductivité thermique



(b) Masse volumique



(c) Chaleur massique

Fig. 4. Evolution des propriétés thermophysiques de la ferrite et de l'austénite en fonction de la température pour l'acier XC42.

est nul ($\sigma = 0$). Dans la Fig. 4(b) nous avons reporté le résultat final de la densité d'énergie estimée par la méthode inverse comparée à celle imposé dans le modèle direct. Nous remarquons qu'il y a une parfaite correspondance entre le résultat estimé et la valeur choisie pour le test.

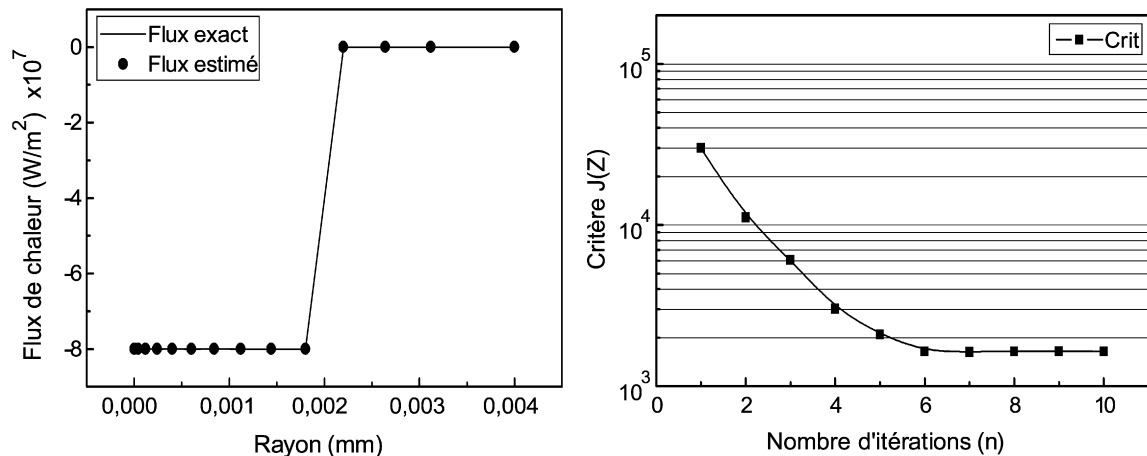


Fig. 5. Résultats estimées dans la première approche : $\sigma = 0^\circ\text{C}$, $dt = 0.001$ s, $N_c = 4$.

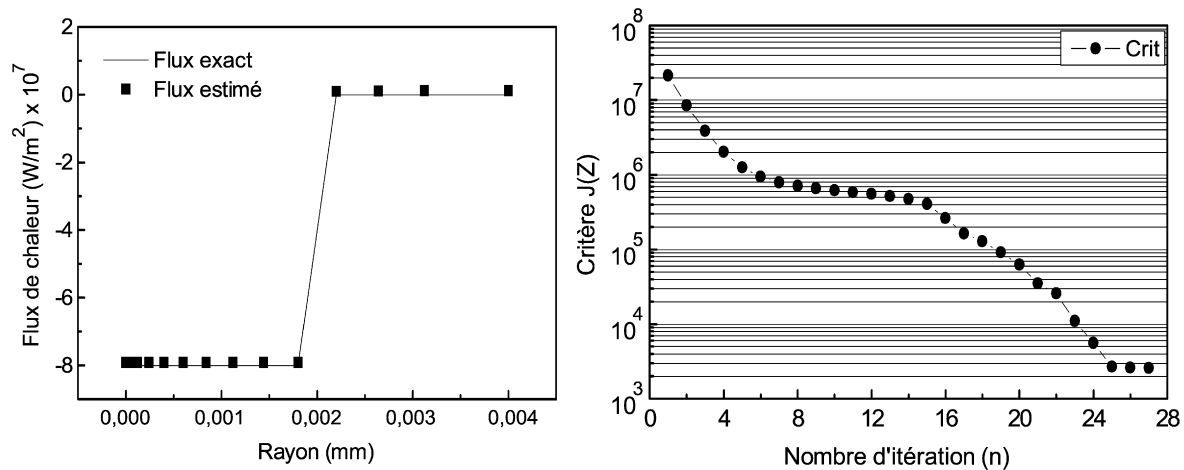


Fig. 6. Résultats estimées dans la deuxième approche : $\sigma = 5^\circ\text{C}$, $dt = 0.001$ s, $N_c = 4$.

La Fig. 4(c) montre la décroissance du critère $J(Z)$ en fonction du nombre d'itérations n , on remarque que dans les premières itérations le critère décroît fortement puis la décroissance est ralentie quand la solution est proche de la solution exacte. La dernière itération correspond à l'itération où le critère commence à croître. Le critère en fin de processus est proche de zéro.

● Influence du bruit de mesure

Dans une deuxième approche, pour ne pas resté loin de la réalité et parce que toute mesure de température est inévitablement entachée d'erreurs et étant donné que le problème inverse est un problème mal-posé, ces erreurs sont amplifiées si on ne régularise pas. Pour simuler ces phénomènes physiques nous avons ajouté aux mesures exactes, un bruit gaussien de moyenne nulle et d'écart type $\sigma = 5^\circ\text{C}$.

Nous avons tracé sur la Fig. 6(a) l'évolution de la densité d'énergie, estimée en tenant compte du bruit de mesure, comparée avec la solution exacte. Et sur la même figure le graphe (b) montre la décroissance du critère de convergence qui tend vers une valeur asymptotique J_s (critère de convergence théorique) qui se présente sous la forme d'un plateau. A l'itération $n = 27$ le critère calculé est $J = 2599,76$.

$$J_s = 0.5 N_t N_c \sigma^2$$

Avec N_t est le nombre de pas de temps et N_c est le nombre de capteurs. D'après le temps final : $t_f = 0.05$ s (temps de chauffage) et le pas du temps : $dt = 0.001$ s on en déduit $N_t = \frac{t_f}{dt} = 50$, d'où $J_s = 0.5 \times 50 \times 4 \times 5^2 = 2500$.

● Données d'entrée :

Les données d'entrée pour le calcul direct sont d'une part les caractéristiques du faisceau laser (puissance totale, diamètre de défocalisation, distribution d'énergie à l'intérieur du faisceau, temps d'interaction) et d'autre part le facteur d'absorption et les propriétés thermophysiques du matériau voir Tableau 1.

Les gradients de température à l'intérieur de la pièce traitée étant élevés, le modèle adopté doit nécessairement tenir compte de la variation des caractéristiques thermophysiques du matériau en fonction de cette grandeur. La Fig. 4 présente les évolutions de λ , ρ et c en fonction de la température pour le matériau utilisé (acier XC42) [16], les brusques variations de ces caractéristiques correspondent au changement d'état structural de cet acier.

La source laser CO_2 continue a été utilisée pour irradier perpendiculairement la surface circulaire du barreau cylindrique

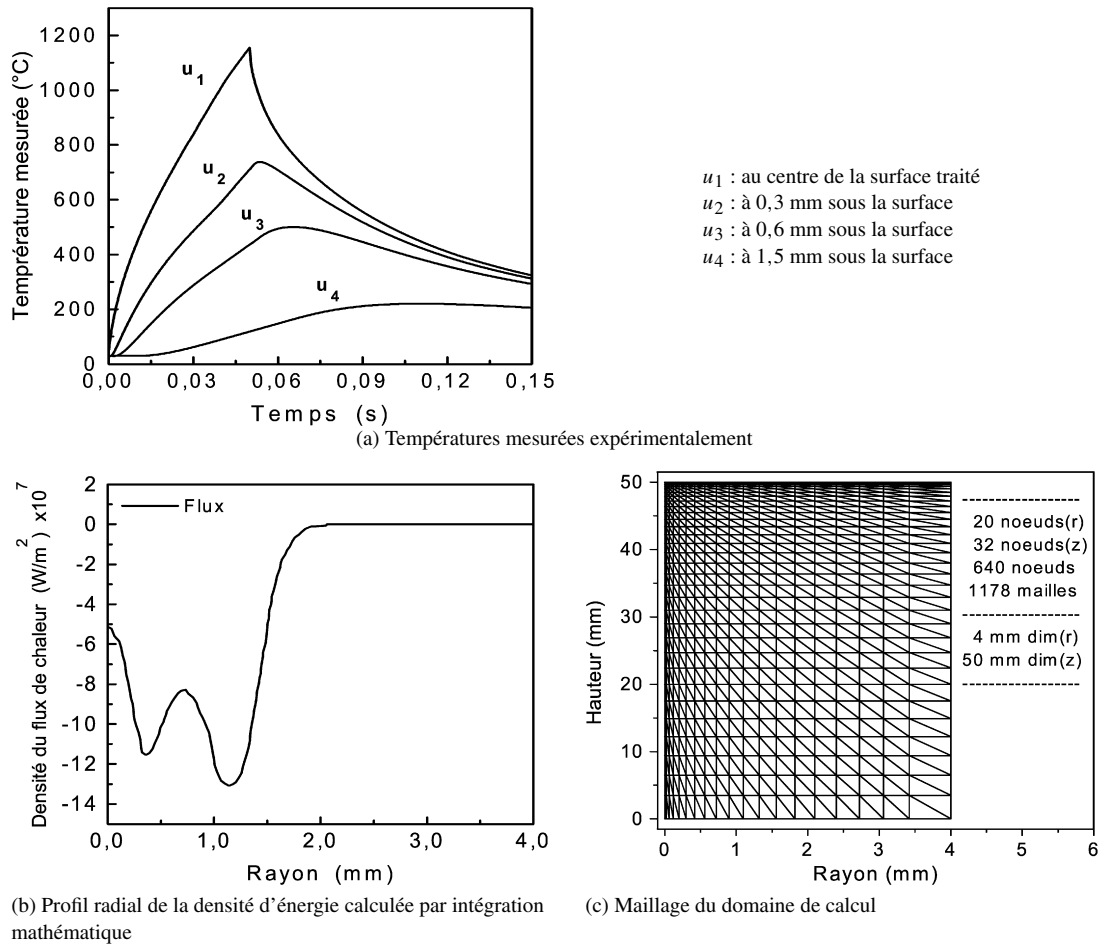


Fig. 7. Paramètres de calcul, utilisés pour la validation expérimentale.

Tableau 1
Caractéristiques du faisceau laser

Facteur d'absorption	$\alpha_1 = 0,5, \alpha_2 = 0,$ $u < 400^\circ\text{C}$ $\alpha_2 = 3,3 \times 10^{-4}^\circ\text{C}^{-1},$ $u > 400^\circ\text{C}$
Emissivité surface	0,9
Puissance totale (W)	800
Temps d'interaction (s)	0,05
Diamètre de défocalisation (mm)	4
Temps total de traitement (s)	0,15
Coefficient de convection ($\text{W}/\text{m}^2 \text{K}$)	10
Constante de Stefan ($\text{W}/\text{m}^2 \text{K}^4$)	5,7

(8 mm de diamètre et 50 mm de hauteur). Les paramètres du traitement sont regroupés dans le Tableau 1.

5. Validation expérimentale

Cette méthode inverse a été validée expérimentalement par un cas de traitement superficiel par faisceau laser CO₂ de puissance 800 W. La Fig. 7(a) visualise l'évolution de la température en fonction du temps, mesurée expérimentalement, en différents points de l'échantillon, la Fig. 7(b) représente la distribution radiale de l'énergie déterminée expérimentalement, par mesure de l'empreinte (produite par irradiation d'un plexiglas

avec le même faisceau laser) et par intégration mathématique, du mode utilisé dans ce cas de traitement. La Fig. 7(c), montre le maillage utilisé pour ce cas de validation.

• Résultats :

– Aspect thermique

En utilisant les évolutions de la température mesurée, aux quatre points de l'axe de symétrie situés sous la surface traitée (Fig. 7(a)), nous avons effectué un calcul inverse pour identifier la répartition spatiale et temporelle de la densité de flux de chaleur appliquée à la surface traitée et en déduire la répartition de l'énergie dans le faisceau laser utilisé pour le chauffage lors du traitement.

Les calculs sont effectués sur la moitié d'une section longitudinale d'un barreau cylindrique (8 mm de diamètre et 50 mm de hauteur). Le maillage utilisé dans le calcul est celui représenté dans la Fig. 7(c) avec un pas de temps $dt = 10^{-3}$ s.

D'un point de vue numérique, nous avons suivi le processus de recherche de la solution en traçant l'évolution du critère de convergence de la méthode du gradient conjugué en fonction du nombre d'itération (Fig. 8(d)). Il est à noter que la convergence vers la solution est très rapide pendant les premières itérations, elle est ralentie par la suite pour tendre à la fin vers la solution pour un nombre d'itération de 20. Sur la Fig. 8(c) nous avons tracé les résidus de températures $E_m = (u_m - Y_m)$. L'indice m indique la position du capteur de température.

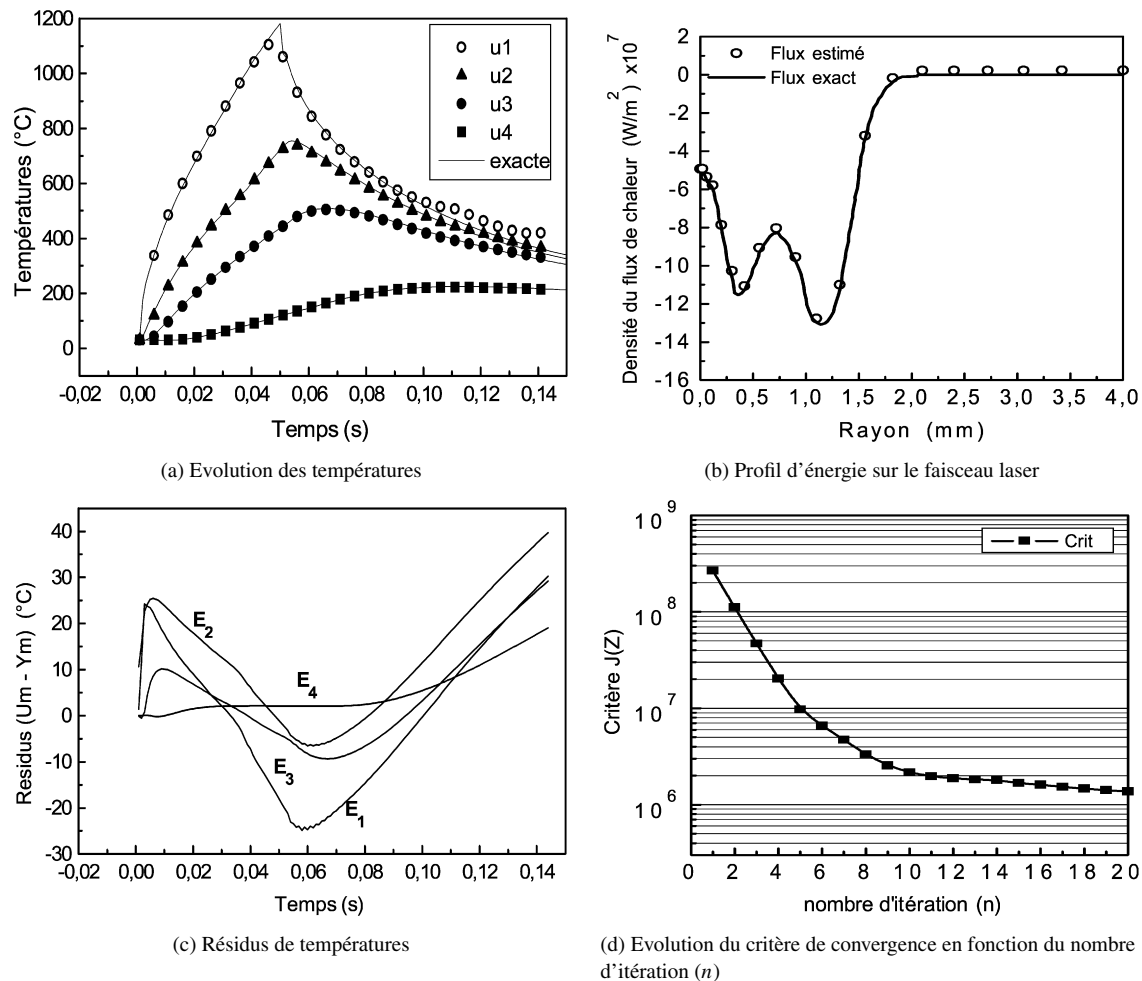


Fig. 8. Comparaison des résultats estimés et mesurés.

Sur la Fig. 8(a) nous avons tracé les évolutions de température mesurée (dite exacte) et calculée aux quatre points de mesure définis précédemment. Sur la Fig. 8(b) nous avons représenté l'évolution de la densité du flux de chaleur déterminée expérimentalement comparée avec celle calculée par la méthode inverse.

La confrontation entre le calcul et l'expérience montre clairement que le modèle thermique mis en oeuvre dans le calcul inverse donne des résultats très satisfaisants, on effet ce modèle nous permet d'estimer à la fois la cinétique thermique en tout points du solide traité et la densité du flux même dans les zones où les gradients de température sont les plus élevés.

Sur la Fig. 9(a) nous avons représenté l'évolution du profil de la distribution de l'énergie sur le faisceau laser en fonction du temps et sur la Fig. 9(b) nous avons reporté l'évolution du profil du flux de refroidissement, par convection et par rayonnement, appliqué à la surface traitée après le chauffage.

Sur la même Fig. 9(c) nous avons représenté la distribution spatiale de l'énergie sur le faisceau laser, estimée par la méthode inverse et représentée en profil sur la Fig. 8(b).

– Aspect métallurgique

Ici nous nous sommes intéressés à identifier et quantifier la zone affectée thermiquement d'une part sur la surface chauffée

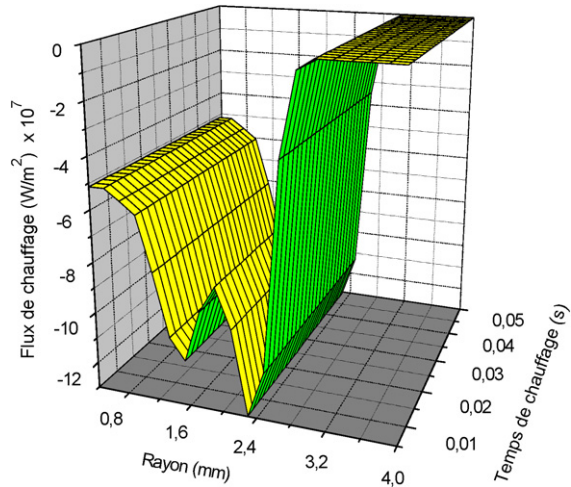
par le tir Laser et d'autre part dans la profondeur de la pièce.

Pour cela nous avons tracé les évolutions, en fonction du rayon, des taux de phases mis en jeu à la fin du chauffage Fig. 10(a) et à la fin du refroidissement Fig. 10(b).

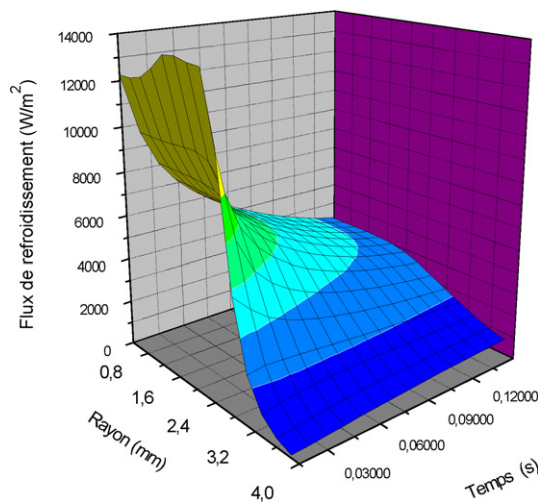
Sur les deux figures nous pouvons distinguer deux zones essentielles :

- *Zone superficielle* $1,5 \leq r \leq 4$ mm : elle est composée par la structure ferrito-perlitique initiale (60% de perlite et 40% de ferrite). Cette zone est restée intacte sur le plan thermique que sur le plan métallurgique.
- *Zone centrale de rayon d'environ* $r = 1,30$ mm : elle se caractérise par une structure quasiment austénitique à la fin de chauffage. Et une structure essentiellement martensitique à la fin du refroidissement.

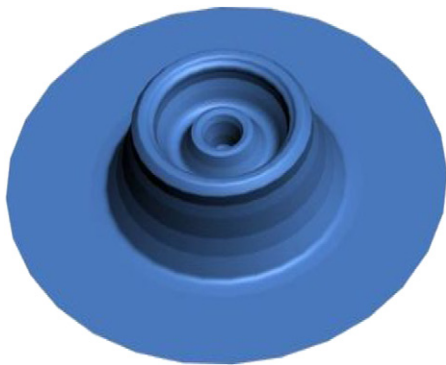
Cette observation est confirmée par le calcul de la dureté superficielle (Fig. 11) dans les deux zones. Elle donne en effet une dureté très élevée (équivalente de la dureté de la martensite) dans la zone centrale et une dureté très faible (équivalente à la dureté du mélange perlite-ferrite initial) ailleurs.



(a) Densités du flux de chaleur de chauffage



(b) Densité du flux de chaleur de refroidissement

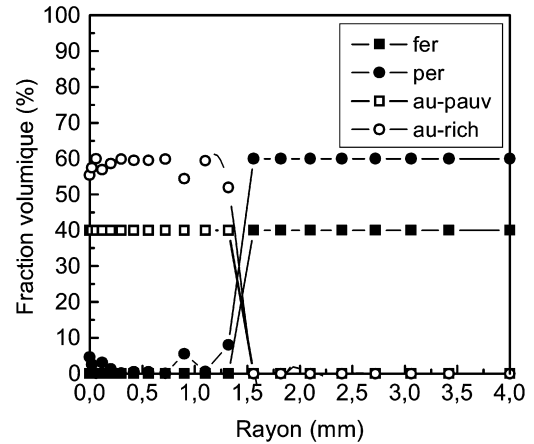


(c) Distribution d'énergie sur le faisceau laser par la méthode inverse

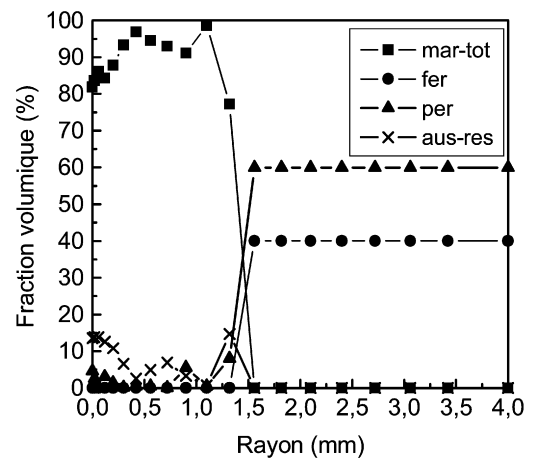
Fig. 9. Estimation d'énergie appliquée sur la surface traitée.

6. Conclusion

L'application de la méthode inverse à la résolution du problème de traitement thermique par rayon laser, nous a permis de déterminer la répartition spatio-temporelle de la densité d'énergie appliquée à la surface traitée ainsi que d'autres informations métallurgiques précieuses liées au traitement thermique des matériaux à transformations de phases à savoir : la structure métallurgique finale, la profondeur de traitement et la dureté.



(a) Fin de chauffage



(b) Fin de refroidissement

Fig. 10. Structure métallurgique formée lors du traitement.

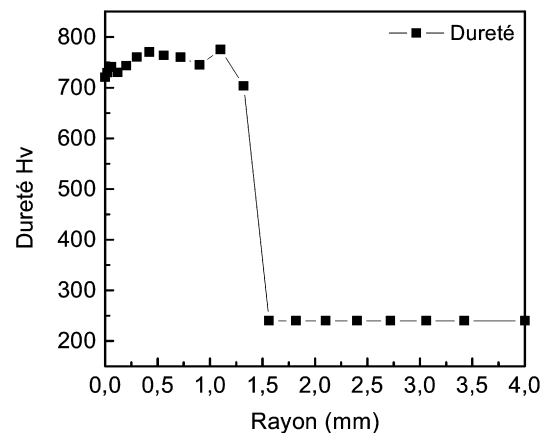


Fig. 11. Profil radial de la dureté Hv.

L'utilisation de la méthode du gradient conjugué nous a permis d'obtenir une solution stable et régulière d'un problème dit « mal posé ».

Références

- [1] Al. Khalidy, A general space marching algorithm for the solution of two-dimensional boundary inverse heat conduction problems, Numer. Heat Transfer, Part B 34 (1998) 339–360.

- [2] O. Bogatin, I. Chersky, N. Starostin, Simulation and identification of non-stationary heat transfer in a nonuniform friction contact, *J. Tribology* 115 (1993) 299–306.
- [3] C.-H. Huang, C.-C. Tsai, A transient inverse two-dimensional geometry problem in estimating time-dependent irregular boundary configurations, *Int. J. Heat Mass Transfer* 41 (1998) 1707–1718.
- [4] D.N. Hao, H.J. Reinhardt, Stable numerical solution to linear inverse heat conduction problems by the conjugate gradient method, *J. Inverse and Ill-Posed Problems* 3 (1991) 447–467.
- [5] J. Krejsa, L. Slama, J. Horsky, M. Raudensky, Multidimensional inverse transient heat conduction problems by direct sensitivity coefficient method using a finite element scheme, in: *Advanced Computational Method in Heat Transfer IV Conf.*, Udine, Italy, 29, 1996, pp. 451–460.
- [6] D. Maillet, A. Degiovani, R. Pasquetti, Inverse heat conduction applied to the measurement of heat transfer coefficient on a cylinder: Comparison between an analytical and a boundary element technique, *J. Heat Transfer* 113 (1991) 549–557.
- [7] T.J. Martin, G.S. Dulikravich, Inverse determination of steady heat convection coefficient distribution, *J. Heat Transfer* 120 (1998) 328–334.
- [8] H.M. Park, O.Y. Chung, J.H. Lee, On the solution of inverse heat transfer problem using the Karhunen–Loeve Galerkin method, *Int. J. Heat Mass Transfer* 42 (1999) 127–142.
- [9] S. Peneau, J.P. Humeau, Y. Jarny, Front motion and convective heat flux determination in a phase change process, *Inverse Problems Engrg.* 4 (1996) 53–91.
- [10] A.A. Tseng, F.Z. Zhao, Multidimensional inverse transient heat conduction problems by direct sensitivity coefficient method using a finite-element scheme, *Numer. Heat Transfer, Part B* 29 (1996) 365–380.
- [11] D.A. Tortorelli, Design sensitivity analysis: overview and review, *Inverse Problems Engrg.* 1 (1994) 71–105.
- [12] B. Truffart, Méthode d'optimisation pour la résolution de problèmes inverses de conduction de la chaleur, PhD thesis, I.S.I.T.M., Nantes, 1996.
- [13] P. Lair, J. Dumoulin, G. Bernhart, P. Millan, Etude numérique et expérimentale de la résistance thermique de contact à hautes températures et pressions élevées, in: *Congres SFT97*, Toulouse, France, 20–22 mai 1997, Elsevier, 1997, pp. 199–204.
- [14] P. Reulet, J. Dumoulin, P. Millan, Identification du coefficient de transfert de chaleur pariétal instationnaire, in: *Congr e SFT97*, Toulouse, France, 20–22 mai 1997, Elsevier, 1997, pp. 243–248.
- [15] P. Reulet, X. Escriva, M. Marchand, A. Giovannini, P. Millan, Etude locale instationnaire des coefficients d'échanges pariétaux pour des interactions tourbillon-paroi, in: *Congr es SFT97*, Toulouse, France, 20–22 mai 1997, Elsevier, 1997, pp. 266–272.
- [16] Y. Dardel, La transmission de la chaleur au cours de la solidification, du réchauffage et la trempe de l'acier, Editions de la revue de métallurgie, 1964.